

SPERANȚE RÂMNICENE – ediția a XXI-a

9 mai 2026

Clasa a V-a

Problema 1

Într-un magazin de birotică, un anumit număr de pixuri, din același model, sunt puse în 3 cutii notate prin A, B, C. Se știe că în cutia A se află $\frac{3}{8}$ din numărul total de pixuri, în cutia B se află cu $\frac{1}{6}$ din numărul de pixuri din cutia A mai mult decât în cutia A, iar în cutia C se află restul de pixuri.

Dacă din cutia C se mută $\frac{1}{3}$ din pixurile ei în cutia A, iar din cutia B se mută 10 pixuri în cutia C, atunci cutiile A și C vor avea același număr de pixuri. Aflați numărul total de pixuri din cele 3 cutii.

GMB 2/2026, Liviu Cocariu Ardelean, Sibiu

Problema 2

Determinați toate numerele naturale de cinci cifre care, împărțite la 4, au ca rezultat răsturnatul lor.

Neculai Stanciu, profesor, Buzău

Problema 3

Comparați numerele naturale:

$$a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2024} \text{ și } b = (3^1 \cdot 3^3 \cdot 3^5 \cdot \dots \cdot 3^{89}) : 24^{135}.$$

Mihai Neagu, profesor, Rm. Sărat

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte.

SPERANȚE RÂMNICENE – ediția a XXI-a
9 mai 2026

Clasa a VI-a

Problema 1

Determinați numerele naturale a și b cu $a < b$, pentru care:

$$(a, b) + [a, b] = 437.$$

Dragoș Lăzărescu, profesor, Rm. Sărat

Problema 2

Se consideră $\widehat{AOB}$ și punctul M în interiorul $\widehat{AOB}$. Fie N simetricul lui M față de OA și P simetricul lui M față de OB . Arătați că:

a) $[ON] \equiv [OP]$.

b) Punctul O se află pe mediatoarea segmentului NP .

Dragoș Lăzărescu, profesor, Rm. Sărat

Problema 3

Fie mulțimea a, b, c numere naturale nenule astfel încât

$$\frac{a^5 + a^3}{b^2} = \frac{b^5 + b^3}{c^2} = \frac{c^5 + c^3}{a^2}$$

Demonstrați că numărul $abc(a^2 + 1)(b^2 + 1)(c^2 + 1)$ este cub perfect.

Dan Dumitrescu, I.C.H.B.

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte.

SPERANȚE RÂMNICENE –ediția a XXI-a
9 mai 2026

Clasa a VII-a

Problema 1

Determinați numărul natural n pentru care diferența $\sqrt{n+2024} - \sqrt{n-2024}$ este un pătrat perfect.

E:16903 GMB 5/2024, Monica Bologa, Baia Mare

Problema 2

Fie pătratul $ABCD$. Punctul E este mijlocul lui CD , iar punctul F este pe AC astfel încât $3AF = FC$. Aflați măsura unghiului EBF .

E:17359 GMB 11/2025, Gh. Crăciun, Ploiești

Problema 3

Rezolvați în R ecuația $\sqrt{\frac{x+3}{\sqrt{x}-1}} + \sqrt{\frac{x+40+3\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+4}+3}} = 5$.

E: 17329, GMB 10/2025, George Florin Șerban, Brăila

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANȚE RÂMNICENE – ediția a XXI-a

9 mai 2026

Clasa a VIII-a

Problema 1

Determinați toate tripletele (a, b, c) de numere reale care satisfac simultan ecuațiile :

$$ab + c = bc + a = ca + b = 6$$

Problema 2

Se consideră numărul natural $n, n \geq 2018$. Determinați pătratele perfecte de forma $N = 2^{2018} + 2^{2022} + 2^{2023} + 2^{2024} + 2^{2026} + 2^n$

E: 17169 GMB 3/2025, Neculai Stanciu, Buzău

Problema 3

Fie $ABCD$ un tetraedru. Arătați că înălțimile din A și din B ale tetraedrului sunt concurente dacă și numai dacă $AB \perp CD$.

Viitorii Olimpici

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte.

SPERANȚE RÂMNICENE – ediția a XX-a
10 mai 2025

Clasa a IX-a

Problema 1

Rezolvați ecuația:

$$\left[\frac{x+3}{2} \right] + \left[\frac{x+4}{2} \right] = \frac{x+7}{2}, x \in R.$$

Dragoș Lăzărescu, Rm. Sărat

Problema 2

Determinați o relație independentă de x , între a și b în cazurile:

- a) $\sin x + \cos x = a$ și $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = b$.
- b) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = a$ și $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = b$

Supliment Gazeta matematică

Problema 3

Fie $x, y \in (0, \infty)$ și numerele: $A = x + \frac{1}{x}$, $B = y + \frac{1}{y}$, $C = x^2 + y^2$,
 $D = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$. Arătați că:

- a) $(A + \sqrt{A^2 - 4})^2 + (B + \sqrt{B^2 - 4})^2 = 4C, \forall x, y \geq 1$
 $(A + \sqrt{A^2 - 4})^2 + (B + \sqrt{B^2 - 4})^2 = 4D, \forall x, y \in (0, 1).$
- b) $(A^2 + B^2)^2 \geq 4(C + 2)(D + 2).$

Dragoș Lăzărescu, Rm. Sărat

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte

SPERANȚE RÂMNICENE – ediția a XXI-a

9 mai 2026

Clasa a X-a

Problema 1

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația:

$$\log_{2026}(x - 2027) = \log_{2027}(x - 2026).$$

Costică Ambrinoc, profesor, Rm. Sărat

Problema 2

Fie $z \in \mathbb{C}$ pentru care $z^3 = 1$. Arătați că $|z^n + 1| + |z^{n+1} + 2| \geq 2$.

Gazeta Matematică nr. 12/2025, Călin Emanuel Tudorachi, Bistrița

Problema 3

La o masă rotundă sunt invitate n perechi, soț și soție. În câte moduri se poate realiza aranjarea invitaților la masă în fiecare dintre următoarele cazuri:

- a) Toți invitații sunt puși la întâmplare, fără niciun criteriu.
- b) Femeile și bărbații sunt puși alternativ.
- c) Fiecare soție stă lângă soțul ei.

Viitorii Olimpici

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte.

SPERANȚE RÂMNICENE – ediția a XXI-a

9 mai 2026

Clasa a XI-a

Problema 1

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -5 \\ 0 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$. Calculați $A^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Mihai Neagu, Rm. Sărat

Problema 2

Să se calculeze

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{{}^2\sqrt{1+\sin 2x} + {}^3\sqrt{1+\sin 3x} + \dots + {}^{(n+1)}\sqrt{1+\sin(n+1)x+x-n}}{x} \right).$$

Constantin Rusu, profesor, Rm. Sărat

Problema 3

O funcție continuă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ are proprietatea $f(x) = f(3x + 2) \forall x \in \mathbb{R}$. Știind că $f(-1) = 0$, calculați $f(1)$.

Marin Marin, Brașov

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte.

SPERANȚE RÂMNICENE – ediția a XXI-a

9 mai 2026

Clasa a XII-a

Problema 1

Să se calculeze $\int_1^3 \frac{1}{1+2^{4x-8}} dx$.

Ovidiu Țătan, profesor, Rm. Sărat

Problema 2

Se consideră grupul $(H, *)$, unde $H \subset (0, \infty)$ este o mulțime care verifică condițiile: i) $x \in H \Rightarrow \frac{1}{x} \in H$ și ii) $2026 \in H$.

Știind că $x * y = \frac{1}{x} * \frac{1}{y}$, pentru orice $x, y \in H$, arătați că:

- a) H nu este interval;
- b) $(x * x) \cdot \left(x * \frac{1}{x}\right) = 1$, pentru orice $x \in H$;
- c) există un grup care verifică toate proprietățile din enunț.

E: 28731, GMB 11/2023, Romanța și Ioan Ghiță, Blaj

Problema 3

Fie $f: [0, e] \rightarrow \mathbb{R}$, o funcție continuă, astfel încât $f(x) \geq 1, \forall x \in [0, 1]$ și $f(x) \geq -\ln x, \forall x \in [1, e]$.

Arătați că

$$\int_0^1 \log_5(f(x)) dx + \int_1^e e^{f(x)} dx > 1.$$

Dan Dumitrescu, I.C.H.B.

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte.